سه مفهوم کلیدی ریاضی دورهٔ ابتدایی

محمدحسام‌قاسمی
دبیر ریاضی شهرستان شهریار و کارشناس ارشد ریاضی

اشاره
برقراری ارتباط و اتصال، اهداف تدریس ریاضی سه مفهوم کلیدی از کتاب «مفاهیم کلیدی در تدریس ریاضیات دوره ابتدایی» هستند که «درک هایلوک و فیونا تانگاتا» نویسندگان این کتاب، با تألیف آن تلاش دارند چهل و چهار مفهوم مطرح (موضوع کلیدی مهم) در برنامه درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی را به شیوه‌ای موجز و به نسبت جذاب و با ادبیاتی علمی اما نه چندان پیچیده معرفی و تبیین نمایند.

کلیدواژه‌ها: یادگیری مفهوم، ساخت‌وسازگرایی، یادگیری معنادار، یادگیری طوطی‌وار، ریاضی بین‌فرهنگی، زمینهٔ معنادار، سواد عددی، الگوریتم، محاسبهٔ ذهنی

برقراری ارتباط و اتصال[1]

تعریف

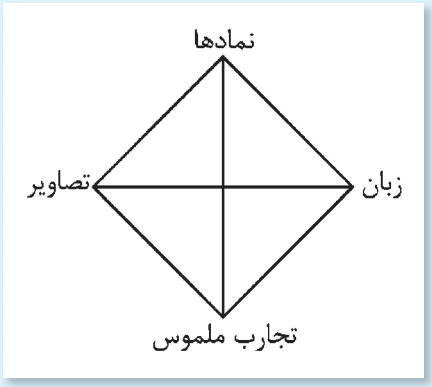
«برقراری ارتباط و اتصال در ریاضی»، به فرایندی در یادگیری گفته می‌شود که طی آن، دانش‌آموز درک و فهم خود را از ایده‌های ریاضی، با توسعهٔ آگاهی خود از ارتباطات شبکه‌ای مانندی بین چهار جنبهٔ «تجربه‌های ملموس[2]»، «زبان[3]»، «تصویرها[4]» و «نمادها[5]»، شکل می‌دهد. فهمیدن ریاضی و تسلط بر آن، در نتیجهٔ چگونگی شناخت و سازماندهی رابطه‌های بین همین اجزای ذکر شده در این شبکه است.

توضیح و بحث

هایلاک و کوکبرن (۲۰۰۳: ۸-۳) با ارائهٔ یک مدل ارتباطی هرمی شکل، مطابق آنچه که در شکل ۱ می‌بینید، سعی در معرفی یک مدل با قالبی ساده داشتند که بتواند چگونگی درک و فهم دانش‌آموزان و عوامل مؤثر بر آن را، به‌ویژه در مورد اعداد و محاسبات عددی، توضیح دهد.

در واقع این مدل، بر پایهٔ این ایده استوار است که توسعهٔ درک و فهم را نتیجهٔ برقراری ارتباطی

شـــناختی بین تجربه‌ها و دانش جدید، با تجربه‌ها و دانش موجود (فعلـــی) می‌داند. اگر ما موفق به ایجاد چنین ارتباطِ شناختی نشـــویم، مجبوریم که دانش را به‌صورت طوطـــی‌وار در ذهن خود، حفظ و ذخیره کنیـــم. درک مـــا از مفاهیم پیچیـــدهٔ ریاضی (مانند تســـاوی، تفاضل، ارزش‌مکانی و ...)، یک شبه ایجاد یا یک‌طرفه منتقل نمی‌شوند، بلکه طی فرآیندی زمان‌بر و تدریجی و درونِ شـــبکه‌ای از ارتباطاتِ پویا و دائماً در حال نوسازی، ایجاد می‌شود.



شکل ۱. مدلی برای برقراری ارتباط و اتصال

پیـــاژه معتقد اســـت کـــه توســـعهٔ درک و فهم یادگیرنده از یک موضوع، بـــه میزان برقراری ارتباط مناسب بین تجربه‌های جدید با ساختارهای شناختی موجود، وابســـته است که این نیز به کمک دو فرآیند «جذب[۶]» و «انطباق[۷]» امکان‌پذیر اســـت و در نتیجهٔ همین دو فرآیند است که «طرح‌واره‌ها[۸]» ساخته شده و توسعه می‌یابند.

برای تشـــریح بیشـــتر این مدل ارتباطی هرمی شکل، با ذکر مثال‌هایی، چهار بُعد این مدل را توضیح می‌دهیم.

۱. اســـتفاده از تجربه‌های ملموس، مانند اشیای فیزیکـــی و واقعی، اســـباب‌بازی‌ها، مهره‌ها، ظرف‌ها، انگشـــتان دســـت، تـــاس، گروه‌هـــای دانش‌آموزی، بازی‌هـــای کاغذی و کارتی، چوب‌کبریت‌ها، مکعب‌ها و میله‌ها و نظایر آن؛

۲. زبـــان ماننـــد جمله‌های معلـــم، اصطلاحات، مفاهیم و زبان رســـمی، واژه‌هـــای تخصصی ریاضی (مانند «تفریـــق» یا «حاصل‌ضرب») و زبان عامیانه و روزانه (مانند «چقدر پول باقی‌مانده»)؛

۳. تصویرهـــا مانند نمودارها، عکس‌ها، نقشـــه‌ها، رســـم‌های روی تخته‌ســـیاه، نمودارهای تصویری[۹]، محورها و دســـتگاه‌های اعداد، داستان‌های تصویری، جدول‌ها و از این قبیل؛

۴. نمادها؛ مانند نمادهای خاص ریاضی به‌خصوص آن‌هایـــی که در مورد اعـــداد و عملیات با آن‌ها به‌کار می‌روند (مانند ۰، ۱، ۲، +، −، ×، ÷، =، < و ...).

این چهار مقوله که در بالا به آن‌ها اشاره کردیم، در واقع چهار ســـتون اصلی تجربهٔ دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی از چیزی به اســـم «ریاضی» اســـت! لایبک[۱۰] (۱۹۹۰)، معتقد اســـت که فهمیـــدن ریاضی، در اثر تجربهٔ به هم مرتبط ســـاختن این چهـــار جزءِاصلی، شـــکل می‌گیرد کـــه البته شـــرط لازم بـــرای این شکل‌گیری آن اســـت که ارتباط محکمی بین آن‌ها باشـــد. لایبک معتقد اســـت که دانش‌آموزان، هنگام ارتبـــاط برقرار کردن بین این چهار بُعد، ابتدا ســـعی می‌کنند که موقعیت یا پدیـــدهٔ پیش روی خود را با تجربه‌های ملموس و عینی‌شـــان مرتبط سازند و در گام دوم، تـــلاش می‌کننـــد که آن پدیـــده را در یک قالب زبانی ســـاده برای خود توضیـــح دهند. در گام ســـوم، آن را با شـــکل‌ها و تصویرهای موجود مرتبط می‌ســـازند و در صورت وجود خلأ در حوزهٔ تصویرها، می‌کوشند به تصویرسازی ذهنی از آن موقعیت روی بیاورنـــد. در نهایت و در گام چهارم، ســـعی در ایجاد رابطه با نمادها و نشانه‌های ریاضی دارند. اما هایلاک و کوکبرن (۲۰۰۳) برخلاف لایبک، خطی و دنباله‌وار بودن این مدل را به شکلی که بیان شد، قبول ندارند و معتقد هستند که هنگام شکل‌گیری «فهم» در ذهن دانش‌آموز (در مـــورد یک مفهوم خاص ریاضی)، این چهار بُعد در جهت‌های مختلف، مدام در حال عمل و عکس‌العمل با یکدیگر هستند و نمی‌توان برای آن‌ها، ترتیبی خطی متصور شد.

بنابرایـــن، لازم اســـت معلمان به انـــدازهٔ کافی، فرصت‌ها و موقعیت‌هایی را برای تقویت این ارتباطات در کلاس درس ایجاد کنند تا به توســـعهٔ درک و فهم دانش‌آموزان خود از ریاضی، کمک کرده باشند.

پیاژه معتقد است که توسعهٔ درک و فهم یادگیرنده از یک موضوع، به میزان برقراری ارتباط مناسب بین تجربه‌های جدید با ساختارهای شناختی موجود، وابسته است که این نیز به کمک دو فرآیند «جذب» و «انطباق» امکان‌پذیر است و در نتیجهٔ همین دو فرآیند است که «طرح‌واره‌ها» ساخته شده و توسعه می‌یابند

مثال‌های عملی

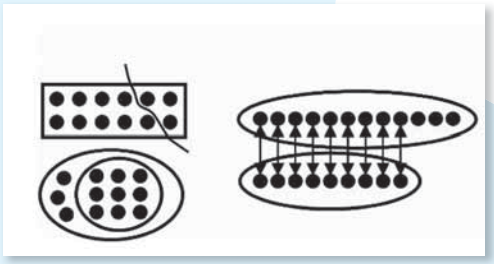
درک و تصور دانش‌آمـــوزان از عمل تفریق، یکی از مباحث مناســـب اســـت که می‌توانیم از آن، برای نشـــان دادن تأثیرِ برقراری یک ارتباط درســـت بین اجزای مورد نظر، اســـتفاده کنیم. مثال‌های زیادی از تجربه‌های ملمـــوس و واقعی و جمله‌ها و اصطلاحات روزمره وجود دارند که با واژهٔ «تفریق» و نماد «-» در

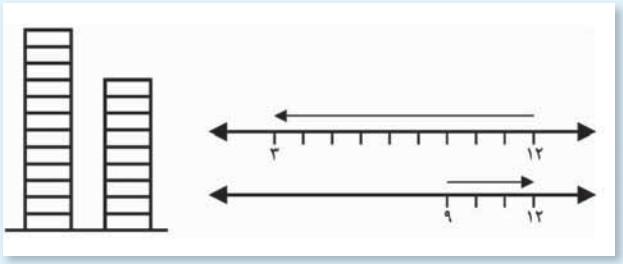
ارتباط‌اند. برای مثـــال، جملهٔ «دوازده منهای نُه برابر اســـت با ســـه» (در قالب نمادها به‌صورت۳=۹-۱۲)، می‌تواند با تجربه‌های ملموس زیادی ارتباط داشـــته باشد. مثال‌های زیر از این جمله‌اند:

- می‌خواهیـــم ۱۲تا فنجان را بشـــماریم. اگر از فنجان ۹ام شـــروع به شـــمارش کنیم، ۳تای دیگر تا فنجان ۱۲ام باقی می‌ماند.
- ۱۲ پوند پول دارم که ۹ پوند آن را خرج کرده‌ام. حال ۳ پوند برایم باقی مانده است.
- در یـــک مزرعه، ۱۲تا اردک و ۹تا مرغ اســـت. در این صورت، اردک‌ها ۳تا بیشـــتر از مرغ‌ها هستند. همچنیـــن می‌توانیـــم بگوییم مرغ‌ها، ۳تـــا کمتر از اردک‌ها هستند.
- در یک شانهٔ ۱۲تاییِ تخم‌مرغ، ۹تا تخم‌مرغ قرار گرفته اســـت. در نتیجه، هنوز ۳ جای خالی برای پر شدن کامل شانه باقی می‌ماند.
- ۱۲ نفر از دانش‌آموزان، با یک مینی‌بوس برای رفت‌وآمد بین مدرســـه و خانه، قرارداد بسته‌اند. امروز فقط ۹ نفر از دانش‌آموزان با آن مینی‌بوس به مدرسه آمدند. پس ۳ نفر دیگر یـــا در خانه مانده‌اند یا با آن مینی‌بوس نیامده‌اند.
- ۱۲ فنجـــان قرمزرنـــگ در مقابـــل ۹ فنجان آبی‌رنگ قرار دارد. فنجان‌های قرمز، چند تا بیشـــتر از فنجان‌های آبی هســـتند؟ یا آبی‌ها چند تا کمتر از قرمزها هستند؟
- در یـــک کفه ترازو، یک وزنـــهٔ ۱۲ کیلویی قرار دارد و در کفهٔ دیگر همان ترازو، ۹ کیلو سیب‌زمینی گذاشـــته شده است، چند کیلو ســـیب‌زمینی باید به سیب‌زمینی‌های موجود اضافه شود تا ترازو، در حالت تعادل قرار گیرد؟

این مثال‌ها، همگی نمونه‌هایی هســـتند از اینکه چگونه تجربه‌های ملموس، می‌توانند با عبارت نمادین «۳=۹-۱۲» مرتبط شوند تا در اثر همین ارتباط، فهم و درک بهتری از عمـــل تفریق در ذهن دانش‌آموزان شکل گیرد.

یکی دیگر از وجوه اشاره شـــده در مدل مذکور، تصویرها هســـتند. ماننـــد کاری که بـــرای بُعدِ زبان در مـــورد عبارت «۳=۹-۱۲» انجـــام دادیم، در مورد تصویرهایی که می‌توانند با این عبارت نمادین مرتبط شوند نیز بحث می‌کنیم. به بعضی از این تصویرها در شکل ۲، اشاره شده است.





شکل ۲. تصویرهای مرتبط با «۳=۹-۱۲»

تصویرهای بالا را می‌توانیم مانند زیر تعبیر کنیم

- از هم جدا کردن اعضای مجموعه‌ای که دارای ۱۲ شیء اســـت، به دو مجموعهٔ مجزا با ۹ شیء و ۳ شیء؛
- در کنار یکدیگر قرار دادن دو مجموعهٔ ۱۲تایی و ۹تایی و ایجاد تناظر یک‌به‌یک بین اجزای دو مجموعه کـــه با این کار، اختلاف ۳تایی این دو مجموعه، نمود بیشتری خواهد یافت؛
- مقایسهٔ دو ستون از بلوک‌های یکسان که یکی از آن‌هـــا از ۱۲ بلوک و دیگری از ۹ بلوک تشـــکیل شـــده است و با این مقایسه، اختلاف ارتفاع ۳ بلوکی، مشخص می‌شود؛
- شمارش رو به جلوی واحدهای روی یک محور اعداد با شروع از عدد ۹ و پایان در عدد ۱۲؛
- شـــمارش رو به عقب واحدهای روی یک محور اعداد با شروع از عدد ۱۲ و پایان در عدد ۳؛
- رســـم یک مجموعهٔ ۱۲تایی از اشیاء به‌صورت شـــکل‌های هندســـی که درون آن یک زیرمجموعهٔ ۹تایی وجود دارد. این کار باعث می‌شود خارج ماندنِ ۳ شیء از زیرمجموعه، به‌وضوح قابل رؤیت باشد.

ســـؤال مهمی که ممکن است برای بعضی پیش آید این اســـت که «واقعاً چه لزومی داشت برای یک تفریق ســـاده ماننـــد «۳=۹-۱۲»، ایـــن همه ارتباط بیـــن جمله‌های زبانی مختلـــف، تصویرها و الگوهای گرافیکی متفاوت ایجاد شود»؟ در پاسخ به این سؤال، کافی اســـت فرض کنیـــد که یکـــی از دانش‌آموزان، تنها با تعداد اندکی از الگوهـــای تصویری مانند «دو

ستون مختلف از بلوک‌ها» یا الگوی زبانیِ «چند تا مانده تا برسد به ...» یا «چند تا بیشتر از ... است» ارتباط برقرار کرده باشد. در این صورت، هنگامی‌که او با عملیات جدید «(۳-)-۵» مواجه می‌شود، واقعاً نمی‌تواند پدیدهٔ پیش روی خود را به‌خوبی تحلیل کند و ارتباطات اندک قبلی، به او در یافتن نتیجهٔ این عملیات، هیچ کمکی نمی‌کند. اما دانش‌آموزی که به‌خوبی با الگوی تصویری محور اعداد ارتباط برقرار کرده باشد، می‌داند همان‌طور که قبلاً از روی محور از عدد سمت چپ محور یعنی ۹ شروع می‌کرد و به عدد سمت راست یعنی ۱۲ می‌رسید و فاصلهٔ آن‌ها را با شمارش واحدهای میانی پیدا می‌کرد، اکنون نیز، با شروع از عدد سمت چپ یعنی ۳- و رسیدن به عدد ۵، متوجه اختلاف ۸ واحدی آن‌ها می‌شود و عدد ۸ را به‌عنوان پاسخ عملیات بالا ارائه می‌کند. پس این واقعیت، نشان می‌دهد که چقدر برقراری ارتباط درست بین چهاروجه اصلی تجربه‌ها، مهم است.

مطالعهٔ بیشتر

منبع «کودکان چگونه ریاضی یاد می‌گیرند[11]» از لایبک (۱۹۹۰)، یکی از منابع مفید و ارزشمندی است که برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد مفهوم بحث شده، خواندن آن را توصیه می‌کنیم. همچنین اگر قصد دارید اطلاعات بیشتری در مورد مدل هرمی شکلِ برقراری ارتباط و اتصال کسب کنید، می‌توانید آن را همراه با جزئیات بیشتر، در فصل اول از کتاب هایلاک و کوکبرن (۲۰۰۳) بیابید. این منبع، از این نظر که این مدل را از ارکان نظری و مهم آموزش ریاضی کودکان ۳ تا ۸ ساله به شمار آورده است و آن را محور و نقشهٔ راه خود در دیگر فصل‌های کتاب قرار داده، حائز اهمیت است. تورنر و مک‌کالاگ[12] (۲۰۰۴) نمونه‌های متعددی از استراتژی‌های تدریس برای کمک به برقراری ارتباط و اتصال بین زبان، نمادها و الگوهای تصویری تهیه کرده‌اند که مراجعه به آن‌ها را توصیه می‌کنیم.

معلمان مدارس ابتدایی باید زندگی دانش‌آموز را در منزل، به‌عنوان یک زمینهٔ معنادار در نظر بگیرند که می‌تواند در این زمینه، دانش و مهارت‌های عددی را که در کلاس درس آموخته است، به اجرا بگذارد

خانه به‌عنوان زمینه‌ای برای سواد عددی[13]

تعریف

زندگی دانش‌آموزان در محیط خانه و زندگی آن‌ها در محیط کلاس درس، دو مسئلهٔ مجزا اما مکمل یکدیگرند که هر دو، در راستای توسعه و کسب مهارت‌ها و مفاهیم عددی هستند. معلمان دورهٔ ابتدایی، باید بدانند که این دو مفهوم، مجموعه‌هایی کاملاً متفاوت از هدف‌ها و عملکردها را به همراه دارند که اساس این تفاوت‌ها را، باید در تمایز بین ارزش‌ها، باورها، رابطه‌ها و هنجارهای موجود در خانه و مدرسه جست‌وجو کرد (استریت[14] و همکاران، ۲۰۰۵). در این بخش، هر جا که حرف از «والدین[15]» باشد، منظور اشخاص بالغ و مسئولی‌اند که کودک با آن‌ها، در یک خانه زندگی می‌کند.

توضیح و بحث

نمی‌توان خانه را تنها به‌عنوان مکانی که دانش‌آموز در آن به انجام تکلیف‌های خود می‌پردازد، در نظر گرفت. معلمان مدارس ابتدایی باید زندگی دانش‌آموز را در منزل، به‌عنوان یک زمینهٔ معنادار در نظر بگیرند که می‌تواند در این زمینه، دانش و مهارت‌های عددی را که در کلاس درس آموخته است، به اجرا بگذارد. برای مثال، معلمان پایه‌های پایین‌تر می‌توانند چیدمان وسایل درون کلاس درس را شبیه به چیدمان معمول یک خانه درآورند تا به‌این‌ترتیب، بتوانند مفهوم تناظر یک‌به‌یک را در ذهن دانش‌آموزان پرورش دهند. اگر محیط کلاس و محیط خانه هیچ شباهتی به یکدیگر نداشته باشند، کودک احساس راحتی نمی‌کند و خود را بیگانه با محیط کلاس می‌بیند، در نتیجه نمی‌تواند ارتباطی عددی و یک‌به‌یک بین اشیای درون کلاس و اشیای درون خانه برقرار کند.

همچنین، معلمان با برقراری ارتباط با والدینِ دانش‌آموزان، می‌توانند از آن‌ها بخواهند که اصطلاحات و مفاهیمی را که کودکان تا آن روز در کلاس درس یاد گرفته‌اند، در محیط خارج از کلاس، خانه، خرید، صرف غذا، اتوبوس و تا جای امکان در گفت‌وگوهای خود، به‌کار ببرند. همچنین، معلمان می‌توانند به دانش‌آموزان تکلیف‌هایی بدهند که در محیط خانه، مثال‌هایی از آنچه که در درس ریاضی یاد گرفته‌اند، پیدا کنند. مثلاً می‌توان از دانش‌آموزان خواست که به دنبال خوراکی‌هایی باشند که وزن آن‌ها از چند گرم تا یک کیلوگرم متغیر است و در صورت امکان، از آن‌ها خواست تا فهرستی تهیه کرده و به کلاس درس بیاورند.

استفاده از محیط خانه برای تکمیل و معنا بخشیدن به مفاهیمی که در کلاس آموخته می‌شوند، بسیار مفید است. همچنین ورود والدین به حوزهٔ

آموزش ریاضی کودکان خود، تا حدی که امکان‌پذیر باشد، بسیار مهم است. این کار می‌تواند تحت شرایط و اقدامات هماهنگ شده بین معلم و والدین و در قالب همکاری، حمایت متقابل، درک مشترک و دستور کار مشخص صورت گیرد. همکاری معلم و والدین در امر آموزش ریاضی تحت همین شرایطِ عنوان شده، موضوع اصلی پروژهٔ IMPACT بود (مرتنس و وَس[۱۶]، ۱۹۹۳).

با این حال، استریت و همکاران (۲۰۰۵، فصل دوم)، تحلیلِ پیچیده‌تری از روابط بین خانه و مدرسه در آموزش ریاضی و سواد عددی، ارائه داده‌اند. به گفتهٔ آن‌ها، مسائل عددی در مدرسه و خانه با هم متفاوت‌اند و دلیل این تفاوت آن است که در این دو محیط، الگوها و ارتباطات اجتماعیِ متفاوتی برقرار است و در نتیجه، بین اعضای این دو گروه (خانواده و کلاسِ درس)، باورها و ارزش‌های متمایزی شکل می‌گیرد. برای نمونه، در کلاس درس، معلم مدیریت می‌کند که چه چیزی آموزش داده شود، چطور آموزش داده شود و بهترین روش برای انجام یک فعالیت ریاضی کدام است و در واقع، همه چیز تحت کنترل اوست و فعالیت‌ها در چارچوب هدف‌های آموزشی و رفتاری که معلم سعی در دنبال کردن و رسیدن به آن‌ها دارد، صورت گیرد. حتی در بُعدی وسیع‌تر، فعالیت‌ها در کلاس و مدرسه، باید در راستای تأمین خواسته‌های برنامهٔ درسی و کسب نتایج قابل‌قبول در ارزشیابی‌های ملی، طراحی و اجرا شوند. در حالی که برعکس در محیط خانه، خبری از برنامهٔ درسی و هدف‌های آموزشی و رفتاری از قبل تعریف شده نیست و اگر محاسبه‌ای عددی نیز انجام می‌شود، با هدف‌های انسانی و شخصی صورت می‌گیرد. و معمولاً عملیات بر روی اعداد، وقتی انجام می‌شود که قرار است مشکل انسان‌هایی که در محیط خانه زندگی می‌کنند، حل شود و بیشتر از آن انتظاری نیست. همچنین در محیط خانه، کودک خود را تا حدی در انتخاب، نحوهٔ عملکرد، چرایی و کاربرد دانش ریاضی و حساب عددی، آزاد و مختار می‌بینند.

در تحقیق IMPACT، توصیهٔ بسیار مهمی برای معلمان ذکر شده است که «به خانه به‌عنوان زمینه‌ای برای انجام همان محاسباتی که دقیقاً در مدرسه یاد گرفته شده است، نگاه نکنید. بلکه به دنبال آن دسته از فرایندهای عددی باشید که به‌صورت طبیعی، در منزل رخ می‌دهند». این امر، به اختصاص زمان مشخصی برای گفت‌وگو و به اشتراک‌گذاری فعالیت‌هایی نیاز دارد که در منزل انجام می‌شوند. این فعالیت‌ها می‌توانند شامل هر نوع اقدام محاسباتی باشد که از نظر هدف و فرایند اجرایی، ارزشمندند و در حد تمرین‌هایی که در مدرسه انجام می‌شوند، اهمیت دارند. استریت و همکاران (۲۰۰۵، فصل هفتم)، معتقدند که میزان هماهنگی و تناسب و یا ناهماهنگی و عدم‌تناسب بین فعالیت‌های عددی مدرسه (به‌عنوان یک زمینهٔ رسمی) و موقعیت‌های عددی در خانه (به‌عنوان یک زمینهٔ فرهنگی و اجتماعی)، می‌تواند بر روی میزان موفقیت کودکان در عددآموزی و حساب عددی مؤثر باشد و بسیاری از عدم موفقیت‌ها را توضیح دهد. بنابراین، مهم است که معلمان در تدریس خود و هنگام مثال زدن، تا جایی که امکان دارد، از موقعیت‌هایی که برای دانش‌آموزان در منزل آشناست، استفاده کنند. البته این کار مستلزم آن است که معلمان بدانند دانش‌آموزان در ذهن خود چه چیزهایی را از خانه به مدرسه آورده‌اند؟ و آنچه با خود از مدرسه به خانه می‌برند، چقدر با واقعیت‌های عددی موجود در زندگی آن‌ها همخوانی دارد؟

اگر محیط کلاس و محیط خانه هیچ شباهتی به یکدیگر نداشته باشند، کودک احساس راحتی نمی‌کند و خود را بیگانه با محیط کلاس می‌بیند، در نتیجه نمی‌تواند ارتباطی عددی و یک‌به‌یک بین اشیای درون کلاس و اشیای درون خانه برقرار کند

مثال‌های عملی

برای توضیح چگونگی ایجاد فرصت‌هایی توسط معلم برای بهره بردن از محیط خانه، به‌عنوان زمینه‌ای برای آموزش کار با اعداد، به چهار مثال عملی در رابطه با مدیریت پول برای خرید خواروبار منزل، اشاره می‌کنیم.

۱. به‌عنوان یک تکلیف، یک ورقه را که حاوی مثال‌هایی از خرید خواروبار است و می‌توان قیمت آن‌ها را با سکه‌های ۱، ۵ و ۱۰ پوندی جور کرد و پرداخت، در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهیم تا به خانه ببرند. این مثال از ساده‌ترین فعالیت‌های ممکن در استفاده از منزل برای ارتباط با آنچه که در کلاس آموخته شده، است اما این فعالیت علاوه بر ایجاد ارتباط کودک با والدین خود و درگیرکردنشان برای کمک به کودک در یادگیری ریاضی، خرید و چگونگی اختصاص پول‌های موجود و مدیریت آن‌ها در امر خرید، می‌تواند این حس را در والدین ایجاد کند که فرزندان آن‌ها، مشغول یادگیری مطالب مفید و به‌دردبخوری در ارتباط با ریاضی هستند. چنین احساسی، بر نگاه والدین نسبت به مدرسه و معلم،

تأثیری مثبت خواهد گذاشت. همچنین والدین، دیگر نگران عدم فعالیت فرزندانشـــان در انجام تکلیف‌های نوشـــتنی و بی‌روح همیشگی نیستند، و این می‌تواند از دستاوردهای ارزشمند ارتباط بین محیط کلاس با محیط خانه باشد.

۲. در ادامهٔ فعالیت بالا، دانش‌آموزان باید از والدین خود بخواهند که آن‌ها را در شناســـایی شش کالا در خانـــه که حداکثر ۱۰ پوند قیمت دارند، یاری کنند تا بتوانند قیمت آن‌ها را با ســـکه‌های ۱، ۵ و ۱۰ پوندی که در اختیار دارند (ســـکه‌های واقعی یا فرضی)، جور کنند و طی گزارشـــی، به مدرســـه آورده و آن را ارائه کنند (مثلاً وقتی حرف از حالت‌های مختلفِ پرداخت به میان می‌آید، می‌توان برای نمونه، یک بستهٔ حبوبات را در نظـــر گرفت که قیمت آن ۷ پوند اســـت. کودک می‌تواند برای خرید این بســـته، ۷تا سکهٔ ۱ پوندی یا ۱ سکهٔ ۵ پوندی و ۲ سکهٔ ۱ پوندی پرداخت کند).

۳. معلـــم می‌توانـــد از دانش‌آمـــوزان بخواهد که معاملات پولی انجام شده در خانه و خارج از آن را (البته در صـــورت رضایت والدین و برای مخارجی که امکان گزارش دارد)، به‌صورت روزانه یادداشت کنند. ذکر این نکته ضروری اســـت که معلم یا مدرسه، لازم است که برای والدین، درخواســـت همکاری ارسال کند تا آن‌ها نیز با مدرسه هماهنگ بوده و به کودکان خود در این امر کمک کنند. معلم می‌تواند از گزارش دانش‌آموزان، نتیجه‌گیری کـــرده و از آن‌ها به‌عنوان نقطهٔ شـــروع هدف‌های تدریس خود استفاده کند (توجه به مسائلی چون طبقهٔ اجتماعی و فاصلـــهٔ درآمدی خانواده‌ها را در نظر داشته باشـــد و گزارش کودکان را به گونه‌ای مدیریت یـــا جرح و تعدیل کند که ذهن دانش‌آموزان به‌جـــای تمرکز بر محاســـبات و چگونگـــی خرید و اختصاص پول به اجناس، به سمت خود اجناس سوق پیدا نکند و حواس آن‌ها به اجناس خاص و لوکســـی موجود در فهرست خرید همکلاسی‌هایشان، منحرف نشـــود. معلم بهتر اســـت از قبل، فهرستی از اجناس عمومی‌تر را تهیه کنـــد و از دانش‌آموزان بخواهد که راجع به آن‌ها گزارش تهیه کنند).

۴. طی یک جلســـهٔ مشترک بین اولیا و معلمان، می‌توان از والدین، برای تبادل تجربه‌های کودکانشان در امر خرید و خرج کردن پول، کمک خواســـت. این کار باعث می‌شـــود که معلم، از اقدامات عددی که در زندگی روزانهٔ کـــودکان اتفاق می‌افتد اطلاع یابد و از آن‌ها، برای بهبود کیفیت تدریس خود استفاده کند.

در تحقیق IM-PACT، توصیهٔ بسیار مهمی برای معلمان ذکر شده است که «به خانه به‌عنوان زمینه‌ای برای انجام همان محاسباتی که دقیقاً در مدرسه یاد گرفته شده است، نگاه نکنید. بلکه به دنبال آن دسته از فرایندهای عددی باشید که به‌صورت طبیعی، در منزل رخ می‌دهند

مطالعهٔ بیشتر

مرتنس (درتامســـون، ۱۹۹۹)، در فصلی با عنوان «ســـواد عددی خانواده[۱۷]»، دخالـــت والدین را در امر آمـــوزش ریاضی فرزنـــدان و پیگیـــری فعالیت‌های درســـی آن‌ها، مورد مطالعه قرار داده است. استریت و همـــکاران (۲۰۰۵)، چندین مطالعهٔ موردی را ارائه کرده‌اند که نشـــان می‌دهد چگونه میـــزان موفقیت دانش‌آمـــوزان در ریاضی، می‌توانـــد تحت‌تأثیر چهار مؤلفهٔ تفاوت بین فعالیت‌های عددی خانه و مدرسه، تفـــاوت بین روابط اجتماعی و الگوهای ارتباطی خانه و مدرســـه، موقعیت‌های متضاد بین خانه و مدرسه و تمایز در منابع، اطلاعـــات و دانش موجود در خانه و مدرســـه قرار گیرد. همچنین دو فصل مهم از کاراترز و ورتینگتون[۱۸] (۲۰۰۶) با عنوان‌های «پُرکردن فاصلهٔ بین ریاضیِ خانه و مدرسه[۱۹]» و «درگیرکردن والدین و خانواده‌ها[۲۰]» موجود است که شامل راهنمایی‌های مفیدی در این حوزه است.

روش‌های محاسباتی غیررسمی[۲۱]

تعریف

«روش‌های محاسباتی غیررســـمی» (معمولاً در مورد محاســـبه بر روی اعداد)، به هر نوع محاسبه‌ای اعم از قلم- کاغذی، ذهنی یا ترکیبی از این دو، گفته می‌شود که بدون استفاده از الگوریتم‌های استاندارد، به پاسخ درســـت منتهی می‌شود. یکی از ویژگی‌های مشترک و مهم همهٔ روش‌های غیررسمی محاسباتی این است که روش انتخاب شده، اغلب بر اعداد واقعی درون مسئله تکیه دارد و کمتر بر روش‌های گوناگون انجـــام عمل‌های جمـــع، تفریق، ضرب و تقســـیم بر روی آن اعداد متمرکز اســـت. در اصل، پایه و اساس روش‌های غیررســـمی، بر شـــناخت اصول، حقایق و روابط حاکم بر اعداد استوار است.

توضیح و بحث

برای شـــروع بحث، عمل ضـــرب ۲۵ × ۲۴ را در نظر بگیرید. معمولاً یک دانش‌آموز ۱۱ســـاله در دورهٔ ابتدایی، قادر به اســـتفاده از یک الگوریتم استاندارد برای به‌دســـت آوردن این حاصل‌ضرب اســـت (مانند الگوریتم طولانی ضرب)، اما با توجه به ماهیت این دو عدد، یک روش غیررســـمیِ مناسب‌تر و ساده‌تر نیز به

ذهن می‌رسد. اگر دانش عددی دانش‌آموز شامل این آگاهی باشد که ۲۵ ضرب در ۴ برابر ۱۰۰ است، هر بار که عدد ۲۵ در ضربی تکرار شود، وی از این ضرب استفاده می‌کند. این امر ممکن است به کشف یک رابطهٔ بالقوه و مفید بین ۴ و ۲۴ (۴ عاملی از ۲۴ است) منجر شود؛ بنابراین، ممکن است دانش‌آموز با یک روش محاسباتی غیررسمی به شرح زیر، روبه‌رو شود:

$$۲۴ \times ۲۵ = ۲۵ \times (۴\times۶)$$
$$= ۶ \times (۲۵\times۴)$$
$$= ۶\times۱۰۰$$
$$= ۶۰۰$$

هایلاک (۲۰۰۶: ۲۲)، واژهٔ «ادهاکوریتم[۲۲]» را برای نام‌گذاری این نوع از فرآیندهای غیررسمی در مقابل فرآیندهای رسمی که تحت نام «الگوریتم» می‌شناسیم، پیشنهاد می‌کند. الگوریتم‌ها، روش‌هایی گام‌به‌گام، رسمی و استاندارد برای محاسبه هستند که از ماهیت اعدادِ به‌کار رفته در محاسبه، مستقل هستند. در حالی که در ادهاکوریتم‌ها، نوعِ اعداد، روش محاسبهٔ مناسب را تعیین می‌کنند.

یکی از دلایل اهمیتِ استفاده از ادهاکوریتم‌ها، این است که آن‌ها بر روابط بین اعداد استوارند و نسبت به روش‌های معمول، فرصت‌های بیشتری برای تقویت استدلال توأم با درک و فهم ایجاد می‌کنند. در گزارش QCA از آزمون‌های ملی سال ۱۹۹۷ میلادی، برای دانش‌آموزان ۱۱ساله انگلیسی، چنین گزارش شده است که بسیاری از دانش‌آموزان، استفاده از روش‌های غیررسمی را ترجیح می‌دهند؛ روش‌هایی که کوتاه و سریع هستند و اغلب خود دانش‌آموزان، به درستی آن‌ها پی برده‌اند. این در حالی است که این روش‌ها به‌طور خاص تا آن زمان، در کلاس‌های درس ریاضی ابتدایی، یا اصلاً تدریس نمی‌شدند و یا اینکه به ندرت آموزش داده می‌شدند. مثلاً، دانش‌آموزی در جواب مسئلهٔ تفریق ۸۲ پنی از ۵ پوند، نوشته بود که «از ۸۲ پنی تا ۹۰ می‌شود هشت تا و از ۹۰ پنی تا ۱ پوند ده تاست، پس تا اینجا ۱۸ پنی داریم و جمعشان با بقیه پوندها، کلاً ۴/۱۸ پوند می‌شود».

قبل از معرفی و شکل‌گیری «استراتژی ملی سواد عددی» در مدارس ابتدایی انگلستان (DfEE,b ۱۹۹۹)، رویکرد آموزش و استفاده از روش‌های غیررسمی، اغلب توسط معلمان مدارس ابتدایی کم اهمیت‌تر از روش‌های استاندارد محاسباتی در نظر گرفته می‌شد و این روش‌ها به‌عنوان روش‌های مناسب و معتبر (مانند استفاده از روش تجزیه برای تفریق) شناخته نمی‌شدند. در نتیجه از این روش‌ها، غالباً در تدریس به‌کار نمی‌رفت و دانش‌آموزان نیز به استفاده از آن‌ها تشویق نمی‌شدند. با این حال، تجزیه‌وتحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان در آزمون‌های ملّی، نشان داد که در بیشتر سؤال‌ها، کودکان تمایل داشتند که استراتژی‌های ابتکاریِ مخصوص به خود را امتحان کنند و «آن‌ها ترجیح می‌دهند بر روی روش‌های خود در ریاضی، بیاندیشند» (QCA، ۱۹۹۷: ۱۸). مثلاً در یک نمونه و هنگام محاسبات ضرب و تقسیم، دانش‌آموزان ۱۱ ساله، هنگامی که برای به به‌کارگیری یک الگوریتم استاندارد تلاش می‌کردند، غالباً مرتکب خطا می‌شدند و محاسباتشان به بیراهه می‌رفت. درحالی‌که در نقطهٔ مقابل، دانش‌آموزانی که روش‌های غیر استاندارد را به‌کار می‌گرفتند، موفق‌تر بودند. موفقیت دستهٔ دوم به این دلیل بود که کارشان با درک و فهم همراه بود و به عملی که انجام می‌دادند، اطمینان داشتند. در یکی از این مسائل از دانش‌آموزان خواسته شده بود که حاصل‌ضرب ۱۲×۲۴ را محاسبه کنند. یکی از دانش‌آموزان بدون استفاده از الگوریتم رسمی ضرب، پاسخ داده بود که «جواب ۲۸۸ می‌شود، چون می‌دانیم که ۲۴ یعنی دو برابر ۱۲ و پاسخ ۱۲×۱۲ هم می‌شود ۱۴۴، پس بعدش آن را دو برابر می‌کنیم» (QCA، ۱۹۹۷: ۲۰).

این مثال، نمونهٔ خوبی از مسائلی است که نشان می‌دهد که چگونه یک فرد به کمک دانش عددی و روابط بین اعداد در مسئله، می‌تواند به یک روش محاسباتی غیررسمیِ موقت و مؤثر، و گاهی مخصوص به خود، دست یافته و آن را به‌کار گیرد.

یافته‌هایی از این قبیل، پیش‌زمینه‌ای برای به رسمیت شناختن و ارزش قائل شدن برای استراتژی‌های غیررسمی یادگیری محاسبات عددی بودند. همچنین، مقالاتی در حمایت از چنین روش‌هایی انتشار یافته است (QCA، ۱۹۹۹a، ۱۹۹۹b) که در آن‌ها، معلمان و دانش‌آموزان تشویق شده‌اند که با اعتمادبه‌نفس بیشتری، از روش‌های محاسباتی غیررسمی، حتی قبل از آموزش الگوریتم‌های استاندارد، استفاده کنند. البته به جز مواقعی که اعداد به‌کار رفته در مسئله، به گونه‌ای هستند که استفاده از الگوریتم‌های استاندارد ساده‌تر و مناسب‌تر به نظر می‌رسد. با این حال، کاراترز و ورتینگتون[۲۳] (۲۰۰۶) معتقدند که روش‌های غیررسمی و شخصی

یکی از ویژگی‌های مشترک و مهم همهٔ روش‌های غیررسمی محاسباتی این است که روش انتخاب شده، اغلب بر اعداد واقعی درون مسئله تکیه دارد و کمتر بر روش‌های گوناگون انجام عمل‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم بر روی آن اعداد متمرکز است. در اصل، پایه و اساس روش‌های غیررسمی، بر شناخت اصول، حقایق و روابط حاکم بر اعداد استوار است

کودکان، هنوز به اندازهٔ کافی برای معلمان ارزشمند نیستند و معمولاً توسط آن‌ها به رسمیت شناخته نمی‌شوند. اگرچه مؤسسات پژوهشی، آموزشگران و پژوهشگران، به‌کارگیری روش‌های غیررسمی را در کلاس درس توصیه می‌کنند، اما به نظر می‌رسد معلمان هنوز در مورد چگونگی اجرا و ارزشیابی این روش‌ها، مطمئن نیستند و ترجیح می‌دهند که از ساختارهای رسمی‌تر، برای تدریس و ارزیابی ریاضی دانش‌آموزان که هم‌جهت با استانداردهای ارزشیابی‌های ملّی و منطقه‌ای باشد، استفاده کنند. یکی دیگر از دلایل مقاومتِ معلمان در به‌کارگیری روش‌های غیررسمی از جانب دانش‌آموزان، «متنوع بودن» این روش‌هاست که باعث می‌شود کمتر بتوانند آن‌ها را در قالب طرح درس‌های خود گنجانده و با وجودی که «آموزش‌پذیر» بودنشان را قبول دارند، اما در تدریس خود، از آن‌ها استفاده نمی‌کنند. دلیل دیگر برای عدم تمایل معلمان در استفاده از روش‌های محاسباتی غیررسمی، می‌تواند «شخصی‌بودن» و «مبتنی بر درک و فهم ذهنی» بودن این روش‌ها باشد که تدریس‌شان را نسبت به روش‌های رسمی محاسباتی، دشوارتر می‌کند.

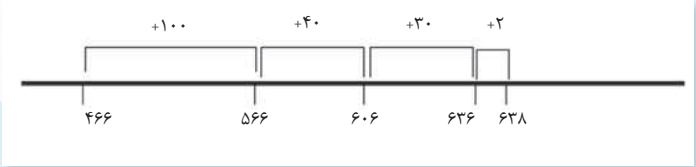
مثال‌های عملی

استراتژی‌های مورد استفاده در مثال‌های قبلی، نمونه‌هایی از روش‌های غیررسمی بودند که می‌توانند به‌طور خاص، به دانش‌آموزان مدارس ابتدایی تدریس شوند. روش‌هایی مانند کم‌کردن ۸۲ پنی از ۵ پوند، اضافه کردن موقت برای رسیدن از عدد کوچک‌تر به عدد بزرگ‌تر و ربط دادن یک محاسبه به محاسبهٔ اعداد شناخته‌تر مانند مرتبط کردن ۲۴×۱۲ به ۱۲×۱۲، از آن جمله‌اند.

در ادامه، فقط به ارائهٔ سه نمونهٔ دیگر از استراتژی‌های غیررسمی، اما کلیدی و مهم در مدارس ابتدایی، می‌پردازیم که ممکن است برای کمک به دانش‌آموزان جهت تقویت اعتمادبه‌نفس و افزایش درک و فهم‌شان از آنچه که انجام می‌دهند، مؤثر باشد.

محور اعدادی که روی آن عددی نوشته نشده[۲۴]

در کلاس درس ریاضی مدارس ابتدایی، استفاده از محور اعدادی که روی آن عددی نوشته نشده است، از مؤثرترین راه‌ها، برای مدل‌سازی طیف وسیعی از روش‌های غیررسمی محاسباتی شامل عمل‌های جمع و تفریق است. یک نمونه از این نوع محور، در شکل ۳، برای محاسبهٔ ۴۶۶+۱۷۲ نشان داده شده است. این محاسبه به شکستن ۱۷۲ به ۲+۳۰+۴۰+۱۰۰ و اضافه کردن ذره ذرهٔ این اعداد به نقطهٔ شروع، یعنی عدد ۴۶۶، انجام می‌شود.



شکل ۳. استفاده از محور بدون عدد برای محاسبهٔ ۴۶۶+۱۷۲

در روند استفاده از این ابزار، چند نکتهٔ مهم نیز باید آموزش داده شود که البته مشخصهٔ بیشتر روش‌های غیررسمی مربوط به عمل جمع نیز هست. این نکته‌ها عبارت‌اند از:

- شروع از عدد بزرگ‌تر و اضافه کردن عدد کوچک‌تر به آن (انتخاب نقطهٔ شروعِ مناسب)،
- استفاده از یک رویکرد رو به جلو که نقطهٔ پایان، همان حاصل عملیات باشد،
- شکستن عدد کوچک‌تر به اجزای مناسب (جزءبندی عدد کوچک‌تر که معمولاً و نه همیشه، بر پایهٔ ارزش‌مکانی ارقام است)،
- ابتکار در چگونگی شکستن یک عدد به اعداد کوچک‌تر (مثلاً برای ۱۷۲، به‌جای آنکه در مورد رقم دهگان ۷، یک گام ۷۰تایی بر روی خط اعداد برداریم، آن را به گام‌های کوچک‌تر ۳۰ و ۴۰تایی می‌شکنیم.

استفاده از دو برابرسازی در ضرب

می‌توان دانش‌آموزان را برای انجام غیررسمی بسیاری از محاسبات ضرب به کمک مهارت دو برابر کردن تشویق کرد. برای مثال، یک روش کارآمد

بـــرای یافتن حاصل‌ضـــرب ۲۸×۱۸، انجام عمل دو برابرسازی بر روی عدد ۱۸ به شرح زیر است:

۲۸ ×۲ =۵۶
۲۸ ×۴ =۱۱۲
۲۸ ×۸ =۲۲۴
۲۸ ×۱۶ =۴۴۸
۲۸ ×۱۸ =۴۴۸ +۵۶ =۵۰۴ ,(۱۶+۲=۱۸)

تقسیم با استفاده از جمع موقت[۲۵]

دانش‌آموزان ابتدایی می‌توانند انجام یک تقســـیم را به روش غیررســـمی و مبتنـــی بر جمع موقت انجام دهند. به‌عنوان مثال، برای محاسبهٔ ۳۰۶÷۱۸، دانش‌آموز می‌تواند با ۱۰تا هجده تا (۱۸۰) شـــروع کند و سپس ۵تا هجـــده تا (۹۰) اضافه کند تا ۲۷۰ به دســـت آید، پـــس از آن، یک هجده تای دیگر اضافه کند تا به ۲۸۸ برســـد و باز یک هجده تای دیگر اضافه کند تا به ۳۰۶ برسد. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده‌ایم، با شمردن ۱۸هایی که به‌طور مداوم جمع می‌شوند تا ۳۰۶ به‌دست آید، می‌توانیم حاصل ۳۰۶÷۱۸ را بیابیم.

۱۰+۵۰+۱+۱=۱۷

نکتـــهٔ مهم در انجام این روش، آن اســـت که تعداد مراحلی که مورد استفاده قرار می‌گیرد، بستگی به میزان اعتمادبه‌نفس و تســـلط دانش‌آموز در استفاده از عددها دارد. به همین دلیل اســـت که معمولاً مراحل اولیه، با گام‌هایی بلندتر (۱۰تا ۱۸تا) و مراحل نهایی با گام‌هایی کوچک‌تر و با احتیاط بیشتر (یک ۱۸تا) برداشته می‌شود.

۱۸	۱۰
۹۰	۵
۲۷۰	
۱۸	۱
۲۸۸	
۱۸	۱
۳۰۶	۱۷

شکل ۴. روش محاسباتی غیررسمی برای ۱۸ ÷ ۳۰۶

مطالعهٔ بیشتر

برای حمایت محتوایی از استراتژی حساب عددی در انگلستان، دو کتاب مفید (QCA، ۱۹۹۹a، ۱۹۹۹b)، در زمینهٔ استراتژی‌های محاسبات ذهنی و محاسبات مکتوب، منتشـــر شـــده اســـت. یک پژوهش جذاب و خواندنی دیگر نیز توســـط نونز[۲۶] و همکاران (۱۹۹۳) و با موضوع مطالعهٔ روش‌های محاســـبات غیررسمی که کودکان دســـت‌فروش خیابانی در شـــهر رسیف برزیل به‌کار می‌گیرند، انجام شده است و در آن، این روش‌ها با روش‌های رسمی تدریس در مدارس، مقایسه شده است. علاوه بر این‌ها، کاراتزر و ورتینگتون (۲۰۰۶) به معرفی و بررســـی ایده‌ها و راه‌های مبتکرانه‌ای می‌پردازند که کودکان خردسال، در محاسبات غیررسمی و روش‌های شـــخصی خود به‌کار می‌برند. آمبروز[۲۷] و همکاران نیز تجزیه‌وتحلیلی دقیق از تحقیقات انجام شده در ارتباط با ضرب و تقســـیم غیررسمی کودکان انجام داده‌اند در فصلی با عنوان «ابداع خلاقانـــهٔ الگوریتم‌های ضرب و تقسیمِ چند رقمی‌ها توسط کودکان[۲۸]»، که در بارودی و داکر[۲۹] (۲۰۰۳) آمده است.

پی‌نوشت‌ها

1. Making Connections
2. Concrete experience
3. Language
4. Pictures
5. Symbols
6. Assimilation
7. Accommodation
8. Schema
9. Pictogram
10. Liebeck
11. How children Learn Mathematics
12. Turner and Mc Cullogh
13. Home as a context for Numeracy
14. Street
15. Parents
16. Merttens and Vass
17. Family Numeracy
18. Carruthers and Worthington
19. Bridging the gap between home and school mathematics
20. Involving parents and families
21. Informal calculation methods
22. Adhocorithm

هایلاک از دو واژهٔ الگوریتم و آدهاک (Ad hoc به معنای درجا، فاقد عمومیت) که در واقع، در تقابل با هم هستند، این واژه را ساخته است که تصمیم گرفته شد برایش معادل فارسی انتخاب نشود و به «ادهاکوریتم» ارجاع داده شود.

23. Carruthers and Worthington
24. Empty number line
25. Division by hoc addition
26. Nunes
27. Amberose
28. Children’s invention of multidigit multiplication and division algorithms
29. Baroody and Dowker